۴

حمیدرضا امیری

آموزش ترجمهٔ متون ریاضی

رابطه‌ها، تعریف‌ها و خواص زیر فقط برای اعداد صحیح داده شده‌اند (برقرارند).

۱. a می‌شمارد (عاد می‌کند) b را (یا b مضربی از a است)، اگر عددی صحیح چون k وجود داشته باشد، به‌طوری که: $b = ak$.

۲. ک.م.م (a,b) = **کوچک‌ترین مضرب مشترک** a و b، آن را L بنامید، که کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد صحیح و مثبت a و b می‌باشد.

بنابراین:

i. دو عدد صحیح و مثبت m و n وجود دارند، به‌طوری‌که: $L=an$ و $L=bm$؛

ii. اگر M مضرب مشترک دیگری برای a و b باشد، در این صورت M مضربی از L است؛ و

iii. $L\geq a$ و $L\geq b$.

۳. ب.م.م (a,b) = **بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه** (شمارنده) مشترک a و b آن را D بنامید، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد صحیح و مثبت a و b می‌باشد.

بنابراین:

i. دو عدد صحیح و مثبت s و t وجود دارند، به‌طوری که $a=Ds$ و $b=Dt$؛ s و t نسبت به هم اول هستند (یعنی عامل مشترکی ندارند)

ii. اگر T مقسوم‌علیه مشترک دیگری برای a و b باشد، آن‌گاه T مقسوم‌علیه D است؛ و

iii. $T\leq a$ و $T\leq b$.

اصل خوش ـ ترتیبی: هر زیرمجموعهٔ ناتهی از اعداد صحیح و نامنفی دارای کوچک‌ترین عضو است (عضو ابتدا دارد).

برخی خاصیت‌ها و واقعیت‌های توابع

اگر f و g دو تابع با مقادیر حقیقی باشند، در این صورت ساخت توابع زیر امکان‌پذیر است:

۱. $f+g$ به‌صورت $(f+g)(x)= f(x)+g(x)$ تعریف می‌شود.

۲. $f-g$ به‌صورت $(f-g)(x)= f(x)-g(x)$ تعریف می‌شود.

۳. fg به‌صورت $(fg)(x)= f(x)\,g(x)$ تعریف می‌شود.

۴. $\frac{f}{g}$ به‌صورت $(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ که $g(x)\neq 0$ تعریف می‌شود و

۵. fog به‌صورت $(fog)(x)= f(g(x))$ تعریف می‌شود.

دامنه‌های این توابع توسط دامنه و ویژگی‌های f و g مشخص می‌شوند. یک تابع f:

۱. اکیداً صعودی نامیده می‌شود اگر برای هر دو عدد حقیقی x_1 و x_2 که $x_1<x_2$، رابطهٔ $f(x_1)<f(x_2)$ برقرار باشد.

۲. اکیداً نزولی نامیده می‌شود، اگر برای هر دو عدد حقیقی x_1 و x_2 که $x_1<x_2$، رابطهٔ $f(x_1)>f(x_2)$ برقرار باشد.

۳. نزولی نامیده می‌شود اگر برای هر دو عدد حقیقی x_1 و x_2 که $x_1\leq x_2$، رابطهٔ $f(x_1)\geq f(x_2)$ برقرار باشد.

۴. صعودی نامیده می‌شود اگر برای هر دو عدد حقیقی x_1 و x_2 که $x_1\leq x_2$، رابطهٔ $f(x_1)\leq f(x_2)$ برقرار باشد.

۵. فرد نامیده می‌شود اگر برای هر x، $f(-x)=-f(x)$.

۶. زوج نامیده می‌شود اگر برای هر x، $f(-x)=f(x)$.

۷. یک‌به‌یک نامیده می‌شود اگر برای هر دو عدد حقیقی x_2 و x_1 که $x_1\neq x_2$، رابطهٔ $f(x_1)\neq f(x_2)$ برقرار باشد. و

۸. پوشا نامیده می‌شود اگر برای هر مقدار y حداقل یک مقدار مانند x وجود داشته باشد؛ به‌طوری که: $f(x)=y$.

لغات مهم

1) Relations: رابطه‌ها
2) Properties: خواص
3) Definitions: تعاریف
4) Integer number: عدد صحیح
5) Common multiple: مضرب مشترک
6) Common divisor: مقسوم‌علیه مشترک
7) Real-Valued functions: توابع با مقادیر حقیقی
8) Domain: دامنه
9) Increasing: اکیداً صعودی
10) Decreasing: اکیداً نزولی

The following relations, definitions, and properties are given only for **integer numbers**.

1. a divides b (or b is a multiple of a) if there exists an integer number k such that b=ak.

2. The lcm (a,b)= **least common multiple** of a and b, call it L, is the smallest multiple that the positive integers a and b have in common. Therefore

i. there exist two positive integers n and m such that L=an and L=bm;

ii. if M is another common multiple of a and b, then M is a multiple of L; and

iii. $L \geq a$ and $L \geq b$.

3. The GCD (a,b) = **greatest common divisor** of a and b, call it D, is the largest divisor that the positive integers a and b have in common. Therefore

i. there exist two positive integers s and t such that a = Ds and b=Dt;with s and t relatively prime (i.e. having no common factors)

ii. if T is another common divisor of a and b, then T is a divisor of D; and

iii. $T \leq a$ and $T \leq b$.

Well-Ordering Principle. Every nonempty set of nonnegative integers contains a smallest element.

Some facts and properties of functions

Let f and g be two real-valued functions. Then it is possible to construct the following functions.

1. f +g defined as $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$;

2. f-g defined as $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$;

3. fg defined as $(fg)(x) = f(x)\, g(x)$;

4. f/g defined as $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$ when $g(x) \neq 0$; and

5. f∘g defined as $f \circ g(x) = f(g(x))$.

The domains of these functions will be determined by the domains and properties of f and g.

A function f is said to be:

1. increasing if for every two real numbers x_1 and x_2 such that $x_1 < x_2$, it follows that $f(x_1) < f(x_2)$;

2. decreasing if for every two real numbers x_1 and x_2 such that $x_1 < x_2$, it follows that $f(x_1) > f(x_2)$;

3. nondecreasing if for every tow real numbers x_1 and x_2 such that $x_1 \leq x_2$ it follows taht $f(x_1) \leq f(x_2)$

4. nonincreasing if for every two real numbers x_1 and x_2 that $x_1 < x_2$ it follows that $f(x_1) \geq f(x_2)$

5. odd if $f(-x)=-f(x)$ for all x;

6. even if $f(-x)=f(x)$ for all x;

7. one - to - one if for every two real numbers x_1 and x_2 such that $x_1 \neq x_2$ it follows that $f(x_1) \neq f(x_2)$; and

8. onto if for every value y there is at least one value x such that f(x)=y.